CAMBRIDGE IGCSE ADDITIONAL MATHEMATICS · 0606

期中可打印复习文档

知识点速查 · 今晚讲解要点 · 我的笔记页 · 70 分钟模拟卷 · 评分标准

范围：Ch1 Sets · Ch2 交点与二次函数 · Ch3 根式 / 指数 / 对数 · Ch4 因式定理 · Ch8 函数与绝对值

姓名：_____ **日期：**_____ **模拟卷得分：**_____ / 70

使用方法：先看第一部分速查，再做第四部分模拟卷（限时 75 分钟），做完再翻到最后的评分标准自评。评分标准单独起页，打印时可以不打印最后几页，以免提前看到答案。

本卷为练习卷，分值按本题设计；校内期中考的题型与分值以老师说明和试卷为准。精确值保留根式、对数、分数，不要提前化成小数。

第一部分 · 知识点速查

A · 集合 Sets（Ch1，基础语言）

符号：∈ 属于（东西进袋子），∉ 不属于；⊆ 子集（袋子套袋子，可相等），⊂ 真子集（不能相等）；∪ 并（或），∩ 交（且），A' 补集（全集里不在 A 里），∅ 空集（0 个元素），ξ 全集，n(A) 元素个数。

计数：$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$。Venn 应用题顺序：先填交集 → 只 A、只 B → 都不 → 验算总数 = n(ξ)。

De Morgan：$(A \cup B)' = A' \cap B'$；$(A \cap B)' = A' \cup B'$，取补后或与且互换。

数集：ℕ 自然数 ⊆ ℤ 整数 ⊆ ℚ 有理数 ⊆ ℝ 实数；无理数 = ℝ \ ℚ（不能写成 p/q，小数无限不循环，如 √2、π）；ℤ+ 正整数，ℝ+ 正实数。

> ∅ ≠ {∅}：前者 0 个元素，后者 1 个元素。∈ 前面是东西，⊆ 前后都是袋子。补集先确认全集 ξ。

B · 二次函数与交点（Ch2）

三种写法（同一函数）： 一般式 $y = ax^2 + bx + c$（看 y 截距 c、判别式）；顶点式 $y = a(x - h)^2 + k$（顶点 (h,k)、对称轴 $x = h$、最值 k）；因式分解式 $y = a(x - r_1)(x - r_2)$（根 r_1、r_2，x 截距）。例：$2x^2 - 8x + 6 = 2(x - 2)^2 - 2 = 2(x - 1)(x - 3)$，顶点 (2,−2)，根 1、3。

配方法： $2x^2 - 8x + 5 = 2(x - 2)^2 - 3$，最小值 −3 在 $x = 2$ 处。配平方后括号外的常数要乘回系数。

联立： 直线代入曲线 → 二次方程 → 解 x → 代回直线求 y → 写成 (x, y) 对。

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$： $\Delta > 0$ 两交点，$\Delta = 0$ 相切（重根），$\Delta < 0$ 无交点。切线 = $\Delta = 0$ + 求切点（重根 $x = -b/2a$）。例：$y = 2x + k$ 与 $y = x^2 - 4x + 5$ 相切 → $k = -4$，切点 (3, 2)。

二次不等式： 画图想：开口向上，< 0 在两根之间，> 0 在两根之外。

> $|k + 2| > 2$ 要拆成两段。x^2 系数可能为 0 时先单独讨论，不能直接用 Δ。竖直线 $x = a$ 交抛物线于一点不一定是切线。

C · 根式、指数、对数（Ch3）

根式： $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$；有理化用共轭：$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$。例：$12/(3+\sqrt{3}) = 6 - 2\sqrt{3}$。平方后必须验根。

指数： a^m × a^n = a^(m+n)；a^m ÷ a^n = a^(m−n)；(a^m)^n = a^(mn)；(ab)^n = a^n b^n；a^0 = 1（$a \neq 0$）；a^(−n) = 1/a^n；a^(1/n) = $\sqrt[n]{a}$；a^(m/n) = ($\sqrt[n]{a}$)^m（先开方再乘方）。例：27^(2/3) = 9，16^(−3/4) = 1/8。

对数： $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$（$a > 0$，$a \neq 1$，$b > 0$）。$\log_a 1 = 0$，$\log_a a = 1$，$a^{\log_a b} = b$。$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$；$\log_a(x/y) = \log_a x - \log_a y$；$\log_a(x^n) = n \log_a x$。换底：$\log_a b = \ln b / \ln a$。例：$\log_8 16 = 4/3$。

方程： 换元设 y = b^x（y > 0），负根舍去；对数方程先写定义域（每个真数 > 0，取交集），合并、去 log、验根。例：$\log_3(x-1) + \log_3(x+1) = \log_3 8 \rightarrow x = 3$（舍 −3）。

ln 与 e： ln x = log_e x；e^(ln x) = x（x > 0）；ln(e^x) = x。y = e^x：定义域 ℝ，值域 y > 0，渐近线 y = 0，过 (0,1)，递增。y = ln x：定义域 x > 0，值域 ℝ，渐近线 x = 0，过 (1,0)，递增。两者关于 y = x 对称。

> log(x+y) ≠ log x + log y；(a^m)^n ≠ a^(m+n)；a^m + a^n ≠ a^(m+n)。分数指数底数默认正数。exact form 保留 ln、根式。

D · 因式定理（Ch4）

余数定理：$f(x) = (x - a)Q(x) + f(a)$，所以除以 $(x - a)$ 的余数是 $f(a)$。除以 $(ax + b)$，余数是 $f(-b/a)$。

因式定理：$f(a) = 0 \Leftrightarrow (x - a)$ 是 $f(x)$ 的因式。

三次分解流程：试根（先 ±1、±2、±常数项因数）→ 确认因式 → 综合除或长除得二次商式 → 再分解 → 写全部根。例：$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x - 3)(x + 2)$，根 1、3、−2。$2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = (x - 3)(2x - 1)(x + 2)$。

重因式：$(x - 1)^2(x + 2)$ 在 $x = 1$ 处图象与 x 轴相切不穿过，在 $x = -2$ 处穿过。

> $(x + 2)$ 代 −2，$(x - a)$ 代 a。综合除最后一位是余数，应为 0 才除尽。缺项补 0。

E · 函数与绝对值（Ch8）

定义域限制来源：分母 $\neq 0$；偶次根号被开方数 $\geqslant 0$；log 真数 > 0；题目给定定义域照抄。多个限制取交集。

复合：$fg(x) = f(g(x))$，从右往左，先 g 后 f。例：$f(x) = 3x - 2$，$g(x) = x^2 + 1 \rightarrow fg(x) = 3x^2 + 1$，$gf(x) = 9x^2 - 12x + 5$。复合存在条件：内层值域 $\subseteq$ 外层定义域。例：$\ln(x^2 - 4)$ 要求 $x > 2$ 或 $x < -2$。

反函数四步：设 $y = f(x)$ → 解出 x → 互换 → 写定义域（= 原函数值域）。例：$f(x) = (3x + 2)/(x - 1)$，$x \neq 1 \rightarrow f^{-1}(x) = (x + 2)/(x - 3)$，$x \neq 3$。$f(x) = x^2 - 4$，$x \geqslant 0 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{(x + 4)}$，$x \geqslant -4$。

有没有反函数：one-one 才有；many-one 没有。标准说法：f is many-one, e.g. $f(2) = f(-2) = 4$, so it is not one-one and has no inverse。$f^{-1}(x) \neq 1/f(x)$。$f^2(x)$ 在 0606 里表示 $f(f(x))$，不是 $[f(x)]^2$。

绝对值：$|x| = x$（$x \geqslant 0$），$-x$（$x < 0$）。$y = |f(x)|$ 把下方翻上去；$y = f(|x|)$ 左右对称。$|ax + b| = c$（$c \geqslant 0$）拆两条；$|x| < a$ 一段区间，$|x| > a$ 两段。例：$|2x + 1| \geqslant 7 \rightarrow x \geqslant 3$ 或 $x \leqslant -4$；$|x - 1| + |x + 2| = 5 \rightarrow$ 分三段，得 $x = -3$ 或 2。

图象变换：$f(x) + a$ 上移 a；$f(x + a)$ 左移 a；$af(x)$ 纵向伸缩 a 倍；$f(ax)$ 横向伸缩 1/a 倍；$-f(x)$ 关于 x 轴反射；$f(-x)$ 关于 y 轴反射。

> fg 读反最常见。反函数忘记写定义域。分段后解要与区间取交集。$|f(x)|$ 与 $f(|x|)$ 完全不同。

F · 跨章与应试

Ch1 + Ch8：用集合语言写定义域、值域。Ch2 + Ch8：直线与 $|x|$ 图象交点，先画图定个数，再分段联立。Ch3 + Ch4：先分解再化简根式。Ch3 + Ch8：复合或反函数里有 log、根号、分母，第一步永远是定义域。Hence 的题用上一问结论。exact form 不写小数。最后代回原题检验一次。

第二部分 · 今晚讲解要点整理

这一部分把今晚在对话里讲过的内容浓缩成笔记，方便你打印出来对照着看。如果你指的是在互动系统里自己填的笔记，那些笔记只存在你自己的浏览器里，我这边看不到，见第三部分的说明。

集合：袋子比喻

集合就是一袋东西，元素就是袋子里的东西。{1, 2, 2, 3} = {1, 2, 3}（重复不计），{1, 2} = {2, 1}（顺序不重要）。{x : x ∈ ℤ, −2 ⩽ x < 3} = {−2, −1, 0, 1, 2}：⩽ 含端点，< 不含端点，漏写 ℤ 就会变成无限多个数。∅ 是空袋子（0 个元素），{∅} 是装着空袋子的袋子（1 个元素）。

切线：什么时候用

看到 is a tangent to、touches at only one point、meets at exactly one point、repeated root，都想到 Δ = 0。模板：联立 → 二次方程 → Δ = 0 解参数 → 代回求切点。切线也是“两交点”和“无交点”的分界线。过曲线外一点一般有两条切线，例如 y = mx + 2 与 $y = x^2 - 4x + 6$ 相切得 m = 0 或 −8，切点 (2, 2)、(−2, 18)。

指数与对数公式（简版）

指数：a^m × a^n = a^(m+n)；a^m ÷ a^n = a^(m−n)；(a^m)^n = a^(mn)；a^0 = 1；a^(−n) = 1/a^n；a^(m/n) = (ⁿ√a)^m。

对数：log_a b = c ⇔ a^c = b；log_a (xy) = log_a x + log_a y；log_a (x/y) = log_a x − log_a y；log_a (x^n) = n log_a x；log_a b = ln b / ln a；log_(a^m)(b^n) = (n/m) log_a b；ln x = log_e x，e^(ln x) = x（x > 0），ln(e^x) = x。

ln / e 图像怎么考

考画变式图像（渐近线 + 截距 + 特殊点 + 增减）、画反函数图像（关键点对换、渐近线互换、关于 y = x 对称）、描述图像变换（平移方向、伸缩、反射）、用图像数交点个数。e^x 一定有 y 截距、没有 x 截距；ln x 一定有 x 截距、没有 y 截距。ln(x − 1) 是向右移，不是向左。

复合与反函数：机器比喻

复合是两台机器串联，fg 先 g 后 f，代入时整个式子加括号，fg ≠ gf。反函数是把机器倒着开：设 y → 解 x → 互换 → 写定义域（= 原函数值域）。many-one 没有反函数，标准例子 f(2) = f(−2) = 4。限制定义域（例如 x ⩾ 0）可以让 x^2 变成 one-one，从而有反函数。

第三部分 · 我的笔记页

下面留了空白笔记页，供打印后手写使用。

关于你在互动系统里写的笔记：互动系统里的笔记（每章 ⑥ 主动回忆笔记、④ 的英文作答）只保存在你打开那个网页的浏览器本地，我这边是看不到、也取不出来的。如果你想把它们也印进这份文档，可以在互动系统里点右上角“导出笔记”，把导出的 .md 文件发给我，我再帮你合并成新版打印文档。

笔记页 · 集合与二次函数

笔记页 · 根式、指数、对数

笔记页 · 因式定理、函数与绝对值

笔记页 · 错题与易错点

第四部分 · 70 分钟模拟卷（75 分钟 · 70 分）

Instructions：Answer all questions. Section A 写字母；Section B 写完整步骤。带计算器。分数标在每题末尾 [ ] 内。建议时间：Section A 10 分钟，Section B 60 分钟，检查 5 分钟。

Section A — 10 questions × 1 mark

1 **The solution of $|2x - 1| = 5$ is**

A $x = 3$ only　B $x = -2$ only　C $x = 3$ or $x = -2$　D $x = 3$ or $x = 2$

2 **Which function has domain $x > 1$?**

A $\ln(x - 1)$　B $\ln(x + 1)$　C $\sqrt{(x - 1)}$　D $1/(x - 1)$

3 **Simplify $\sqrt{72}$.**

A $6\sqrt{2}$　B $8\sqrt{2}$　C $9\sqrt{2}$　D $4\sqrt{3}$

4 **Solve $2^{(3x)} = 16$.**

A $x = 4/3$　B $x = 3$　C $x = 4$　D $x = 16/3$

5 **If $f(x) = x^3 - 2x + 1$, then $f(2) =$**

A 3　B 5　C 7　D 9

6 **The vertex of $y = (x - 3)^2 + 4$ is**

A $(3, 4)$　B $(-3, 4)$　C $(3, -4)$　D $(-3, -4)$

7 **$\log_2 8 + \log_2 4 =$**

A 5　B 7　C 12　D 32

8 **Which set is a subset of $\{1, 2, 3\}$ but not equal to it?**

A $\{1, 2, 3\}$　B $\{2\}$　C $\{1, 2, 3, 4\}$　D $\{4\}$

9 **The inverse of $y = 4x - 1$ is**

A $y = (x + 1)/4$　B $y = (x - 1)/4$　C $y = 4x + 1$　D $y = x/4 - 1$

10 **The line $y = 2x + 1$ meets $y = x^2$ at**

A one point　B two points　C no point　D three points

Section A 答案栏（自己填）：1 _____　2 _____　3 _____　4 _____　5 _____　6 _____　7 _____　8 _____　9 _____　10 _____

Section B — 60 marks

Q1 • Sets and Venn diagrams [6 marks]

(a) In a group of 70 students, 38 play football, 30 play basketball and 12 play both. Find the number who play football only. [2]

(b) Find the number who play neither sport. [2]

(c) Explain why $(A \cup B)' = A' \cap B'$ in words. [2]

Q2 • Discriminant and tangent [7 marks]

(a) The line $y = 2x + k$ is a tangent to $y = x^2 - 4x + 5$. Find k. [3]

(b) Find the coordinates of the point of contact. [2]

(c) State the condition on the discriminant for a line to meet a curve at two distinct points. [2]

Q3 • Surds and indices [7 marks]

(a) Simplify $\sqrt{48} + \sqrt{12}$, giving your answer in the form $a\sqrt{3}$. [2]

(b) Rationalise $\frac{12}{(3+\sqrt{3})}$, giving your answer in its simplest form. [3]

(c) Evaluate 27^(2/3). [2]

Q4 • Logarithms [7 marks]

(a) Evaluate $\log_8 16$, giving your answer as a fraction. [2]

(b) Solve $\log_3(x-1) + \log_3(x+1) = \log_3 8$. [3]

(c) Solve 9^x − 10 • 3^x + 9 = 0. [2]

Q5 • Factor theorem [6 marks]

(a) Factorise $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ completely. [4]

(b) Hence solve f(x) = 0. [2]

Q6 • Domain, range and inverse [7 marks]

(a) Find the domain of $f(x) = 1/(x-2) + \sqrt{(x+1)}$. [2]

(b) Find the range of $f(x) = x^2 - 2x + 3$. [2]

(c) Explain why $f(x) = x^2$ ($x \in \mathbb{R}$) does not have an inverse function. [3]

Q7 • Composite functions [6 marks]

(a) Given $f(x) = 3x - 2$ and $g(x) = x^2 + 1$, find $fg(x)$. [2]

(b) Find $gf(x)$. [2]

(c) Find the inverse of $f(x) = (3x+2)/(x-1)$, $x \neq 1$, and state its domain. [2]

Q8 · Modulus [7 marks]

(a) Sketch $y = |x^2 - 9|$, stating its turning point and x-intercepts. [3]

(b) Solve $|2x+1| \geqslant 7$. [2]

(c) Solve $|x-1| + |x+2| = 5$. [2]

Q9 · Cross-chapter [7 marks]

(a) Given $f(x) = \sqrt{(x-2)}$ and $g(x) = x^2 - 1$, find $fg(x)$ and its domain. [3]

(b) Solve $fg(x) = 2$. [2]

(c) Check your answers against the domain in (a). [2]

Section B 自评表：Q1 ____/6 Q2 ____/7 Q3 ____/7 Q4 ____/7 Q5 ____/6 Q6 ____/7 Q7 ____/6 Q8 ____/7 Q9 ____/7 合计 ____/60 总分 ____/70

第五部分 · 评分标准 Mark Scheme（做完再看）

Section A（每题 1 分，共 10 分）

题号	答案	要点
1	C	$2x-1=5$ 得 3；$2x-1=-5$ 得 -2。
2	A	$\ln(x-1)$ 要求 $x-1>0$，即 $x>1$。
3	A	$\sqrt{72}=6\sqrt{2}$。
4	A	$2^{(3x)}=2^4$，得 $3x=4$，$x=4/3$。
5	B	$f(2)=8-4+1=5$。
6	A	顶点 $(3,4)$。
7	A	$3+2=5$。
8	B	$\{2\}$ 是真子集。
9	A	设 $y=4x-1$，解 $x=(y+1)/4$，互换得 $(x+1)/4$。
10	B	联立得 $x^2-2x-1=0$，判别式 $8>0$，两交点。

Section B

Q1：只足球 $38-12=26$；只篮球 $30-12=18$；至少一项 $26+18+12=56$；都不 $70-56=14$；补集：不在并集里 = 既不在 A 又不在 B。

Q2：联立得 $x^2-6x+(5-k)=0$，$\Delta=16+4k=0$，$k=-4$；切点 $(3,2)$；两交点条件 $\Delta>0$。

Q3：$\sqrt{48}+\sqrt{12}=4\sqrt{3}+2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$；$12/(3+\sqrt{3})=6-2\sqrt{3}$；$27^{(2/3)}=9$。

Q4：$\log_8 16=4/3$；定义域 $x>1$，$x^2=9$，$x=3$；设 $y=3^x$，$y=1$ 或 9，$x=0$ 或 2。

Q5：$f(1)=0$，商 $x^2-x-6=(x-3)(x+2)$，$f=(x-1)(x-3)(x+2)$，根 1、3、-2。

Q6：定义域 $x\geqslant -1$，$x\neq 2$；值域 $y\geqslant 2$；x^2 是 many-one，例如 $f(2)=f(-2)$，不是一一函数，无反函数。

Q7：$fg(x)=3x^2+1$；$gf(x)=9x^2-12x+5$；反函数 $(x+2)/(x-3)$，$x\neq 3$。

Q8：顶点 $(0,9)$，交点 $(\pm 3,0)$，图象在 x 轴上方；$x\geqslant 3$ 或 $x\leqslant -4$；$x=-3$ 或 2。

Q9：$fg(x)=\sqrt{(x^2-3)}$，定义域 $x\geqslant\sqrt{3}$ 或 $x\leqslant -\sqrt{3}$；$fg(x)=2$ 得 $x^2=7$，$x=\pm\sqrt{7}$，两者都满足定义域。

分数诊断

集合与判别式丢分 → 回第一部分 A、B；对数与换元丢分 → 回 C；因式丢分 → 回 D；函数与绝对值丢分 → 回 E。先看 Section B 哪一题丢分最多，再回对应章节重做，不要整本重看。